



REPUBLIKA E SHQIPËRISË

MINISTRIA E ARSIMIT
SPORTIT DHE RINISË
QENDRA E SHËRBIMEVE ARSIMORE

PROVIMI I MATURËS SHTETËRORE 2019
I DETYRUAR – SESIONI I

SKEMA E VLERËSIMIT

Matematikë(gjimnaz)

VARIANTI A

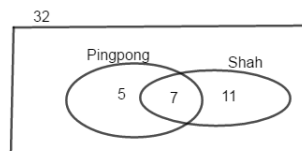
Përgjigjet për pyetjet me alternativa:

Pyetja	1	2	3	4	6	7	8	10	12	14	15	17	18	20	21	23	24	26	28	30
Alternativa e saktë	B	B	A	C	B	A	B	A	C	B	B	A	B	B	A	C	D	C	D	A

Një mënyrë zgjidhjeje:

5.

- **2 pikë** nëse paraqet grafikisht informacionin e problemës dhe gjen numrin e nxënësve që nuk luajnë as shah as pingpong;
Ndërtton diagramin e Venit për këto të dhëna;
 $5 + 11 + 7 = 23$ nxënës luajnë të paktën një nga lojrat;
Pra, $32 - 23 = 9$ nxënës nuk luajnë as shah as pingpong;
- **1 pikë** nëse paraqet grafikisht informacionin e problemës;
- **0 pikë** nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.



9.

- **2 pikë** nëse i shkruan si fuqi me baza të njëjta dhe nëse gjen vlerën e x - it;
$$3^{x+1} - \frac{2}{3^{-x}} = 27 \Rightarrow 3 \cdot 3^x - 2 \cdot 3^x = 3^3 \Rightarrow 3^x (3 - 2) = 3^3 \Rightarrow 3^x = 3^3 \Rightarrow x = 3$$
- **1 pikë** nëse i shkruan si fuqi me baza të njëjta;
- **0 pikë** nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

11/a.

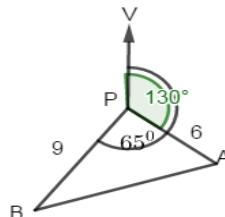
- **2 pikë** nëse tregon se vektorët $\overline{AB} // \overline{AC}$ dhe argumenton që pikat A, B dhe C janë në një drejtëz;
$$\overline{AB} = \begin{pmatrix} 1+2 \\ 3-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ dhe } \overline{AC} = \begin{pmatrix} 10+2 \\ -3-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ -8 \end{pmatrix}.$$
 Tregon se koordinatat e këtyre vektorëve janë të përpjesshme $\frac{3}{12} = \frac{-2}{-8} = \frac{1}{4} \Rightarrow \overline{AB} // \overline{AC}.$
Meqenëse këta vektorë kanë pikën A të përbashkët, tregon që vektorët shtrihen në një drejtëz. Për rrjedhojë edhe pikat A, B dhe C janë në një drejtëz.

- 1 pikë nëse tregon se vektorët $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{AC}$;
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

11/b.

- 2 pikë nëse ndërton figurën ku përcakton edhe këndet dhe gjen largesën ndërmjet anijeve;
 $AB^2 = 6^2 + 9^2 - 2 \cdot 6 \cdot 9 \cdot \cos 65^\circ = 117 - 45.64 = 71.36 \Rightarrow AB \approx 8,4 \text{ km}$.
 Pra, anijet janë 8.4 km larg njëra – tjetrës.

- 1 pikë nëse ndërton figurën ku përcakton edhe këndet;
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.



13.

- 1 pikë nëse gjen brinjën e katrorit

$$P_{\Delta} = P_{\square} \Rightarrow 3x - 4 + 5x - 6 + 2x - 2 = 4x \Rightarrow 10x - 12 = 4x \Rightarrow 6x = 12 \Rightarrow x = 2 \text{ cm}.$$

- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

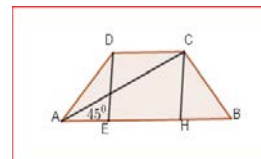
16.

- 3 pikë nëse gjen AC dhe gjen lidhjen midis dy bazave dhe njehson syprinën e trapezit

$$\text{Heq lartësinë } CH \text{ dhe gjen } AH = CH = x \Rightarrow AC^2 = 2x^2 \Rightarrow 2x^2 = 100 \Rightarrow x = 5\sqrt{2} \text{ cm}.$$

$$AE = HB; EH = DC \text{ dhe } AB + DC = AE + EH + HB + DC = 2AH$$

$$S = \frac{(AB + DC)}{2} \cdot CH = \frac{2AH}{2} \cdot CH = AH \cdot CH = 5\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2} = 50 \text{ cm}^2.$$



- 2 pikë nëse gjen AC dhe gjen lidhjen midis dy bazave
- 1 pikë nëse gjen vetëm AC.
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

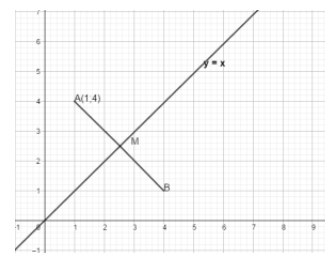
19/a.

- 1 pikë nëse gjen koordinatat e pikës B.

Heq nga pika A(1; 4) pingulen AB me drejtëzën d: $y = x$ dhe përfton $AM = MB$.

Pika B është simetrikja e kërkuar. Koordinatat e pikës B do të jenë B(4; 1).

- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.



19/b.

- 1 pikë nëse gjen distancën midis A dhe B.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{3^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{2}.$$

- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

22/a.

- 2 pikë nëse faktorizon si numëruesin ashtu edhe emëruesin dhe nëse thjeshton thyesën;

$$\frac{x^2 + 9x + 14}{x^2 + 4x - 21} = \frac{(x+7)(x+2)}{(x+7)(x-3)} = \frac{x+2}{x-3}$$

- 1 pikë nëse faktorizon numëruesin dhe emëruesin
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

22/b.

- **2 pikë** nëse kryen veprimet dhe redukton kufizat e ngjashme **dhe** nëse argumenton se shprehja që del është pozitive;

$$P(x) = (x + 8)(x - 6) - 2(x - 25) = x^2 + 8x - 6x - 48 - 2x + 50 = x^2 + 2$$

Polinomi merr vetëm vlera pozitive sepse $x^2 + 2$ është gjithmonë pozitiv

- **1 pikë** nëse kryen veprimet dhe redukton kufizat e ngjashme;
- **0 pikë** nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

25/a.

- **2 pikë** nëse argumenton dhe gjen vlerën e x për të cilën uji arrin lartësinë më të madhe **dhe** nëse gjen vlerën më të madhe të lartësisë.

Funksioni $y = -\frac{1}{10}x(x - 50) = -\frac{1}{10}x^2 + 5x$ paraqet grafikisht një parabolë me degët poshtë dhe si

rrjedhim currili i ujit arrin lartësinë më të madhe në kulmin e kësaj parabole $x = -\frac{b}{2a} = \frac{-5}{-\frac{1}{5}} = 25$

Lartësia më e madhe që arrin currili i ujit është $y(25) = -\frac{1}{10} \cdot 625 + 125 = 62,5$ cm.

- **1 pikë** nëse argumenton dhe gjen vlerën e x për të cilën uji arrin lartësinë më të madhe.
- **0 pikë** nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

25/b.

- **1 pikë** nëse argumenton dhe gjen largesën nga burimi në të cilën currili takon përsëri ujin.
Currili i ujit takon përsëri sipërfaqen e ujit kur $y = 0$ dhe gjen

$$y = -\frac{1}{10}x(x - 50) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \text{ ose } x_2 = 50$$

Pra, currili takon përsëri ujin 50 cm larg burimit

- **0 pikë** nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

27/a.

- **2 pikë** nëse gjen zgjidhjet e secilit ekuacion **dhe** jep bashkësinë e zgjidhjeve të ekuacionit.

$$(x^2 - 4)(x^2 + 7x + 6) = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \text{ ose } x^2 + 7x + 6 = 0$$

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \text{ ose } x^2 + 7x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6 \text{ ose } x = -1$$

Ekuacioni fillestar ka 4 rrënjë që janë: $\{\pm 2; -1; -6\}$

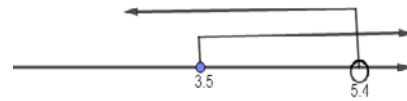
- **1 pikë** nëse gjen zgjidhjet e njërit prej ekuacioneve
- **0 pikë** nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

27/b.

- **3 pikë** nëse formon sistemin e dy inekuacioneve **dhe** gjen zgjidhjen për secilin prej tyre **dhe** jep bashkësinë e zgjidhjeve të inekuacionit.

$$\begin{cases} 4x - 20 < 7 - x \\ 4x - 20 \geq -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x < 27 \\ 4x \geq 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{27}{5} \\ x \geq \frac{7}{2} \end{cases}$$

Zgjidhje e inekuacionit është $[3,5; 5,4[$.



- **2 pikë** nëse formon sistemin e dy inekuacioneve **dhe** gjen zgjidhjen për secilin prej tyre
➤ **1 pikë** nëse formon sistemin e dy inekuacioneve **ose** gjen zgjidhjen për secilin prej tyre
➤ **0 pikë** nëse e zgjidh gabim **ose** nuk shkruan fare.

29/a.

- **2 pikë** nëse shkruan ekuacionin e tangjentes, gjen derivatin e funksionit në pikën 0 dhe i zëvendëson tek formula $y - f(a) = f'(a)(x - a)$

$$f'(x) = (x^3 - 3x^2 - 9x + 1)' = 3x^2 - 6x - 9; f'(0) = -9 \text{ dhe } f(0) = 1$$
$$y - 1 = -9(x - 0) \rightarrow y = -9x + 1 \text{ ekuacioni i tangjentes}$$

- **1 pikë** nëse shkruan ekuacionin e tangjentes, **ose** gjen derivatin e funksionit në pikën 0:
➤ **0 pikë** nëse e zgjidh gabim **ose** nuk shkruan fare.

29/b.

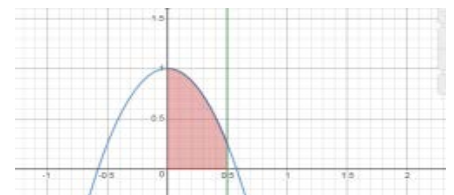
- **2 pikë** nëse gjen derivatin e rendit parë, gjen pikat stacionare dhe përcakton llojin e ekstremumeve $f'(x) =$
- $$3x^2 - 6x - 9 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ dhe } x = -1$$
- $f''(x) = (3x^2 - 6x - 9)' = 6x - 6$
 - $f''(3) = 18 - 6 = 12 > 0 \Rightarrow x = 3$ minimum
 - $f''(-1) = -6 - 6 = -12 < 0 \Rightarrow x = -1$ maksimum
- (3; -26) është pikë minimale e funksionit $f(x)$ dhe (-1; 6) është pikë maksimale e funksionit $f(x)$
- **1 pikë** nëse gjen vetëm pikat stacionare .
➤ **0 pikë** nëse e zgjidh gabim **ose** nuk shkruan fare

31.

- **2 pikë** nëse paraqet grafikisht zonën së cilës duhet ti gjejmë syprinën **dhe** gjen syprinën me anë të integralit.

$$S = \int_0^{1/2} (1 - 3x^2) dx = [x - x^3]_0^{1/2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8} \text{ njësi katrore.}$$

- **1 pikë** paraqet grafikisht zonën së cilës duhet ti gjejmë syprinën **ose** gjen syprinën me anë të integralit.
➤ **0 pikë** nëse e zgjidh gabim **ose** nuk shkruan fare.



32/a.

- **1 pikë** nëse gjen klasën modale.
Klasa modale është $[100;120[$
- **0 pikë** nëse nuk gjen asnjë nga karakteristikat **ose** nuk shkruan fare.

32/b.

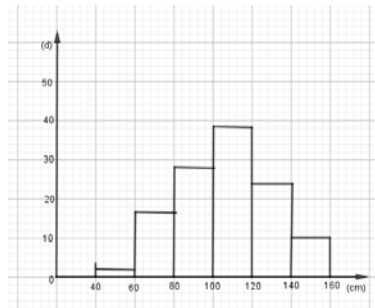
- **1 pikë** nëse gjen klasën ku ndodhet mesorja
Shuma e dendurive është 120, mesorja është vlera mesatare midis kufizës së 60 dhe 61 e cila ndodhet në klasën $[100;120[$.
- **0 pikë** nëse nuk gjen asnjë nga karakteristikat **ose** nuk shkruan fare.

32/c.

- **1 pikë** nëse gjen dendurinë e grumbulluar të gjatësisë së luleve të diellit deri në 100cm
Denduria e grumbulluar e gjatësisë së luleve të diellit deri në 100cm është $2+17+28=47$
- **0 pikë** nëse nuk gjen asnjë nga karakteristikat **ose** nuk shkruan fare.

32/d.

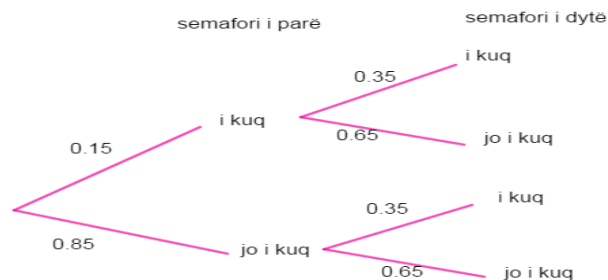
- **1 pikë** nëse ndërton saktë histogramin



- **0 pikë** nëse nuk gjen asnjë nga karakteristikat **ose** nuk shkruan fare.

33/a.

- **2 pikë** nëse ndërton një diagram pemë për semaforin e parë **dhe** më pas për semaforin e dytë;



- **1 pikë** nëse ndërton një diagram pemë për semaforin e parë;
- **0 pikë** nëse e zgjidh gabim **ose** nuk shkruan fare.

33/b.

- 1 pikë nëse gjen probabilitetin që Merit të mos i duhet fare të ndalojë;
 $P(\text{nuk i duhet fare të ndalojë}) = P(\text{jo i kuq, jo i kuq}) = 0,85 \cdot 0,65 = 0,5525$
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

33/c.

- 1 pikë nëse gjen probabilitetin që Merit do t'i duhet të ndalojë të paktën një herë;
 $P(\text{i duhet të ndalojë të paktën një herë}) = 1 - P(\text{nuk i duhet fare të ndalojë}) = 1 - 0,5525 = 0,4475.$
- 0 pikë nëse e zgjidh gabim ose nuk shkruan fare.

Shënim: Nxënësi do të marrë pikë edhe kur në përgjigjen e dhënë, jep një zgjidhje ndryshe nga skema e vlerësimit, por që komisioni i vlerësimit e gjykon të saktë.